



SIG Probabilistische Risicoanalyse (PRA)

Je moet schieten anders kun je niet scoren

Over toeval, onzekerheid en (het verhogen van) de trefzekerheid van ramingen

Fedde Tolman

kiwa  **KOAC**

Arno Willems

iv-Infra  *Ingenieursbureau met Passie voor Techniek*

INHOUD

- Simpel spelletje
- Probabilistiek
- Data verkrijgen
- Risico-acceptatie



A solid green vertical bar on the left side of the slide.

Simpel spelletje

VOETBAL

Het is maar een (simpel) spelletje



“Football is a simple game. Twenty-two men chase a ball for 90 minutes and at the end, the Germans always win.”

Gary Lineker, nadat Engeland in 1990 in de halve finale van het WK na strafschoppen is verslagen door Duitsland.

RODE KAARTEN VOOR RIJKAARD EN VÖLLER BESLISSEND
Nederland naar huis!
FENOMENALE VAN BREUKELN TWEE KEER GEPAASSEERD: 2-1



VOETBAL

Het is maar een (simpel) spelletje



“Football is a simple game. Twenty-two men chase a ball for 90 minutes and at the end, the Germans always win.”

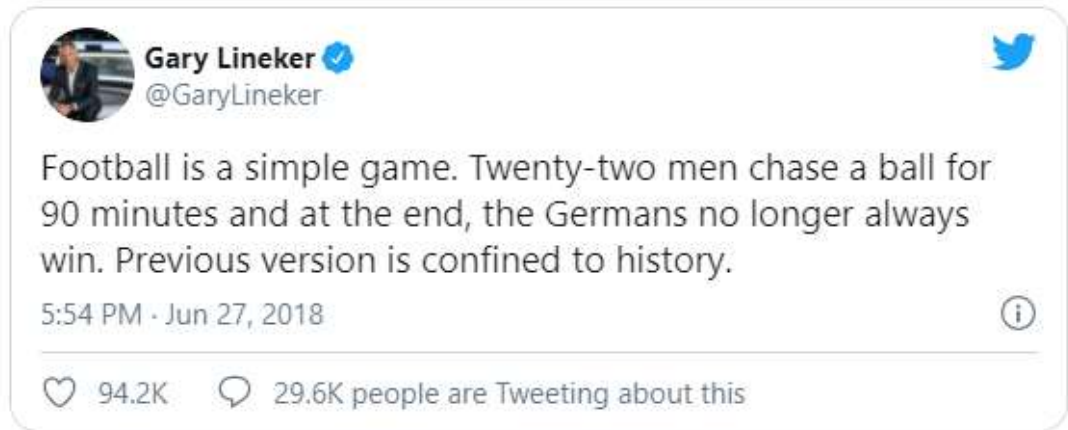


FIFA WORLD CUP
RUSSIA 2018

Group F	P	W	D	L	F	A	Pts
Sweden	3	2	0	1	5	2	6
Mexico	3	2	0	1	3	4	6
South Korea	3	1	0	2	2	3	3
Germany	3	1	0	2	2	4	3

VOETBAL

Het is maar een (simpel) spelletje


Group F	P	W	D	L	F	A	Pts
Sweden	3	2	0	1	5	2	6
Mexico	3	2	0	1	3	4	6
South Korea	3	1	0	2	2	3	3
Germany	3	1	0	2	2	4	3

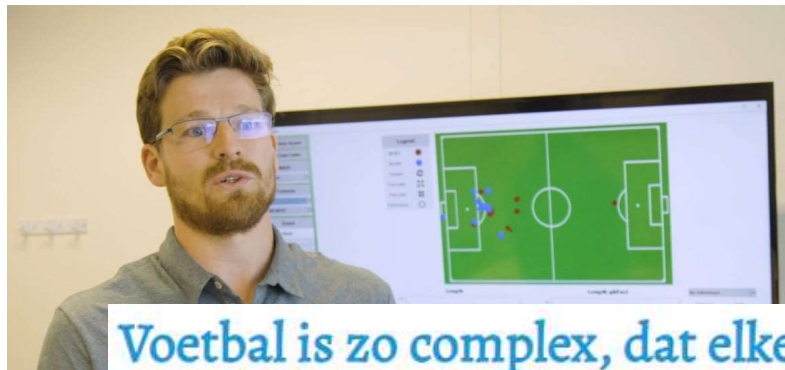
VOETBAL

Het is maar een (simpel) spelletje



~~“Football is a simple game. Twenty-two men chase a ball for 90 minutes and at the end, the Germans always win.”~~

***Voetballen is heel simpel,
maar het moeilijkste wat er is,
is simpel voetballen***



Bewegingswetenschapper Rens Meerhoff aan het Leiden Institute of Advanced Computer Science (LIACS) van de Universiteit Leiden.

Johan Cruyff

Voetbal is zo complex, dat elke poging om het te versimpelen omwille van je analyse automatisch tot onjuistheden leidt

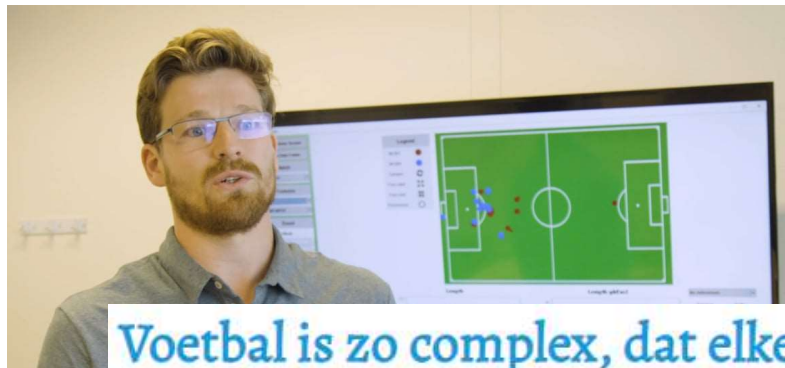
VOETBAL

Het is maar een (simpel) spelletje



~~“Football is a simple game. Twenty-two men chase a ball for 90 minutes and at the end, the Germans always win.”~~

***Voetballen is heel simpel,
maar het moeilijkste wat er is,
is simpel voetballen***



Bewegingswetenschapper Rens Meerhoff aan het Leiden Institute of Advanced Computer Science (LIACS) van de Universiteit Leiden.

Johan Cruyff

Voetbal is zo complex, dat elke poging om het te versimpelen omwille van je analyse automatisch tot onjuistheden leidt

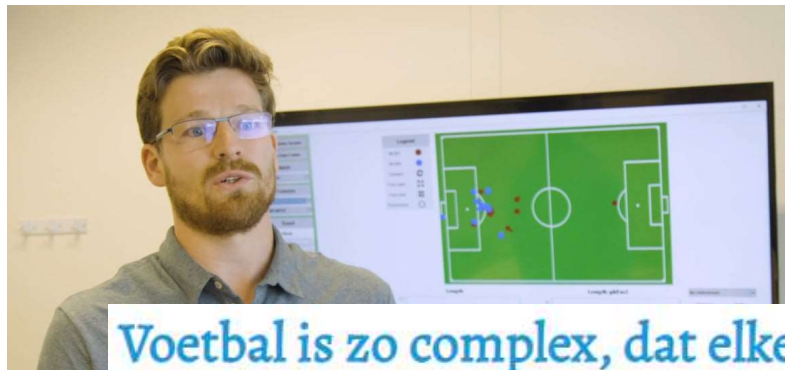
VOETBAL

Het is maar een (simpel) spelletje



“Football is a complex game. Twenty-two (wo)men chase a ball for 90 minutes and at the end, the Germans no longer always win.”

***Voetballen is heel simpel,
maar het moeilijkste wat er is,
is simpel voetballen***



Bewegingswetenschapper Rens Meerhoff aan het Leiden Institute of Advanced Computer Science (LIACS) van de Universiteit Leiden.

Johan Cruyff

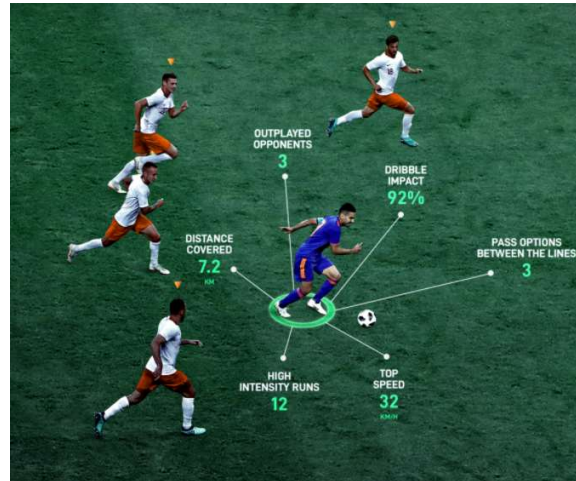
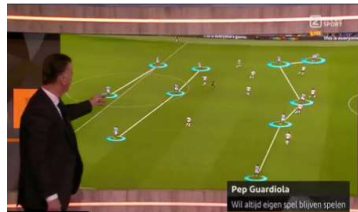
Voetbal is zo complex, dat elke poging om het te versimpelen omwille van je analyse automatisch tot onjuistheden leidt

VOETBAL

Het is een complex spel



Valeri Lobanovski & Anatoli Zelentsov
The Methodological Basis of the Development of Training Models



SCISPORTS
 SCIENCE SERVING FOOTBALL

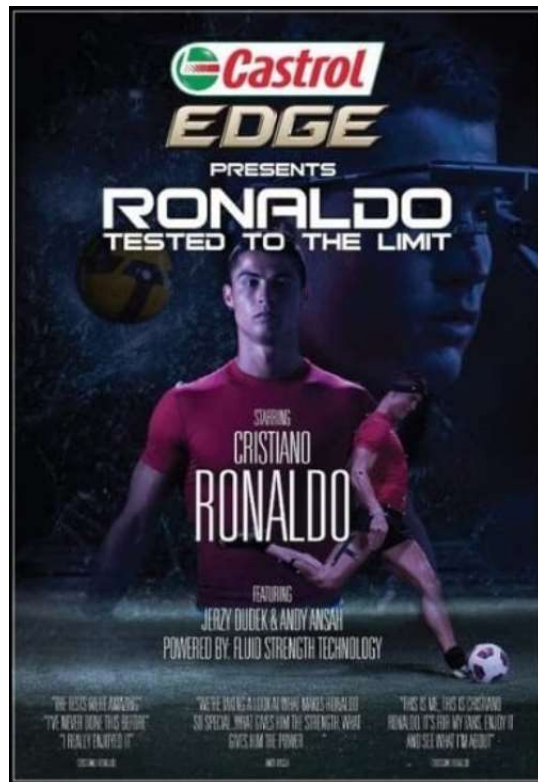


VIRGIL VAN DIJK CB SCISKILL: 109.4 POTENTIAL: 114.5	GEORGINIO WUNALDUM CM SCISKILL: 125.9 POTENTIAL: 125.9	JUSTIN KLUIVERT LW SCISKILL: 108.5 POTENTIAL: 134.4
---	--	---



CRISTIANO RONALDO

Tested to the limit (2011 Documentaire)



CRISTIANO RONALDO

Cristiano Ronaldo – inkomsten in 2019

Per jaar: 98 miljoen euro



5 X Gouden Bal



5 X Champions League

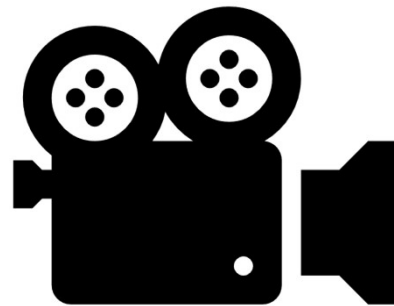


Europees Kampioen (2016)



CRISTIANO RONALDO

Tested to the limit (2011 Documentaire)

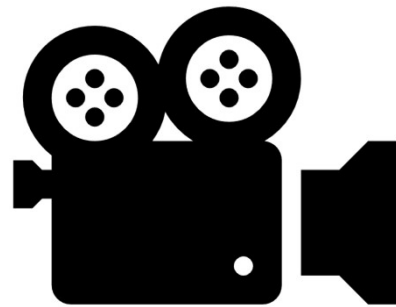


FILM 1



CRISTIANO RONALDO

Het wiskundig model



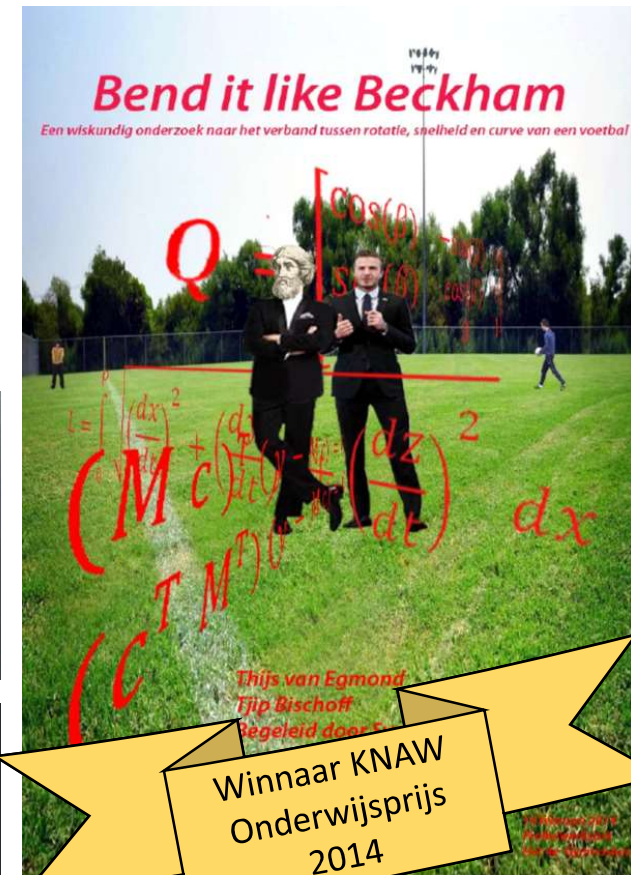
FILM 2



CRISTIANO RONALDO

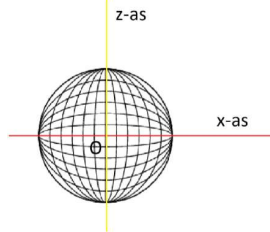
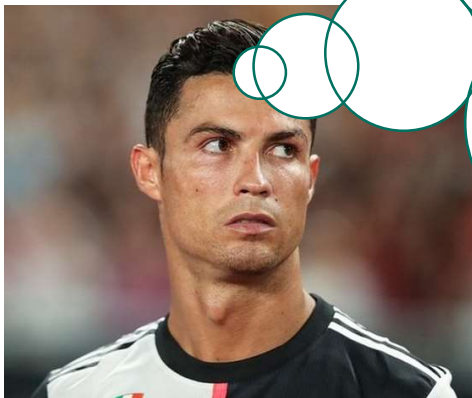
Het wiskundig model

Via o.a. een meetsysteem van camera's construeerden Thijs van Egmond en Tjip Bischoff een wiskundig model om de curve van een voetbal te voorspellen op basis van de trapkracht (snelheid), het effect (de rotatie) en de richting van de bal.



CRISTIANO RONALDO

Het wiskundig model



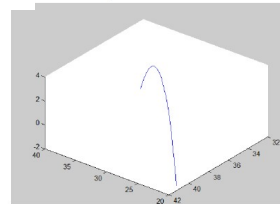
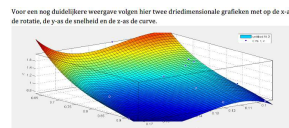
Rotatie: $Q = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) & 0 \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Booglengte van de balbaan:

$$L = \int_0^p \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} dt$$

Gemiddelde balsnelheid in interval $t = [0, p]$:

$$v_{gem} = \frac{L}{p}$$



$$c = f(r, v) = 26.13 + 182r - 111v - 1805r^2 + 97.38rv + 121.1v^2 + 6427r^3 - 810.5r^2v + 65.82rv^2 - 50.45v^3$$

CRISTIANO RONALDO

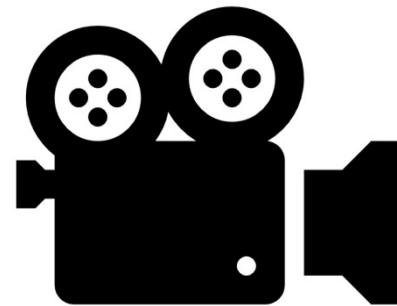
Het wiskundig model

1. **Fysisch model** waarin de fysische werkelijkheid is vereenvoudigd. Zo wordt onder meer verondersteld dat de curve van de bal onafhankelijk is van weersomstandigheden (wind, regen).
2. **Wiskundig deterministisch model** waarin de relaties tussen de richting, trapkracht (snelheid v), het effect (de rotatie r) en de curve (c) van de bal m.b.v. wiskundige formules zijn beschreven:

$$c = f(r, v) = 26.13 + 182r - 111v - 1805r^2 + 97.38rv + 121.1v^2 + 6427r^3 - 810.5r^2v + 65.82rv^2 - 50.45v^3$$

CRISTIANO RONALDO

Het wiskundig model



FILM 3



CRISTIANO RONALDO

Het wiskundig model

1. **Fysisch model** waarin de fysische werkelijkheid is vereenvoudigd. Zo wordt onder meer verondersteld dat de curve van de bal onafhankelijk is van weersomstandigheden (wind, regen).
2. **Wiskundig deterministisch model** waarin de relaties tussen de richting, trapkracht (snelheid v), het effect (de rotatie r) en de curve (c) van de bal m.b.v. wiskundige formules zijn beschreven:

$$c = f(r, v) = 26.13 + 182r - 111v - 1805r^2 + 97.38rv + 121.1v^2 + 6427r^3 - 810.5r^2v + 65.82rv^2 - 50.45v^3$$

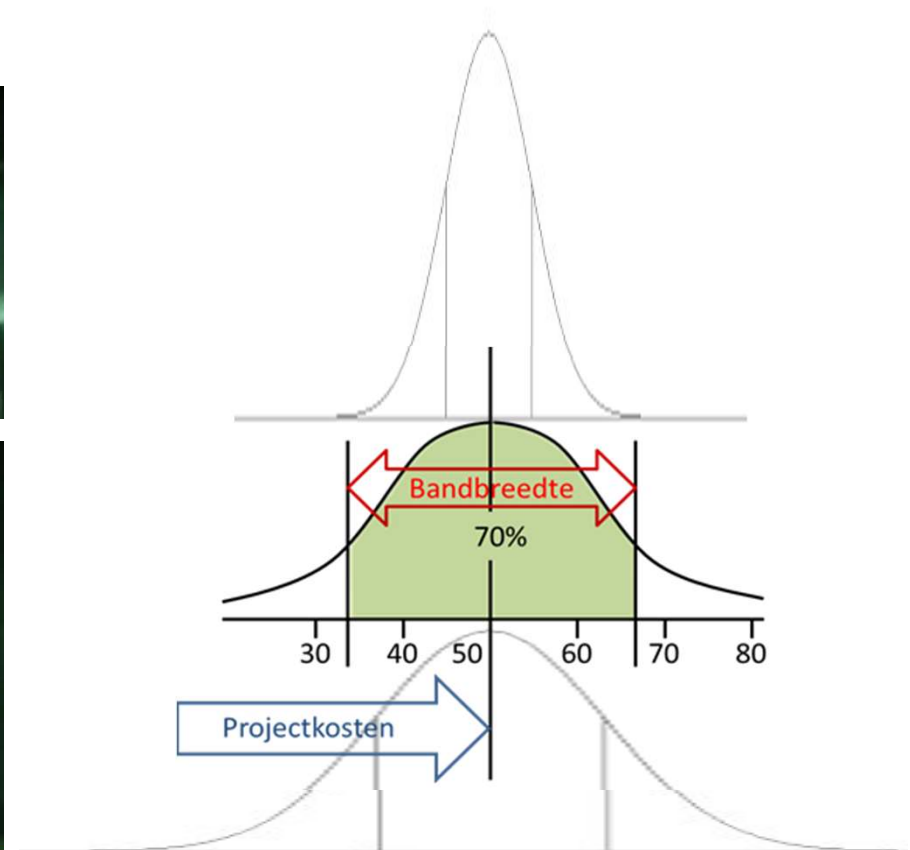
CRISTIANO RONALDO

Het wiskundig model

1. **Fysisch model** waarin de fysische werkelijkheid is vereenvoudigd. Zo wordt onder meer verondersteld dat de curve van de bal onafhankelijk is van weersomstandigheden (wind, regen).
2. **Wiskundig deterministisch model** waarin de relaties tussen de richting, trapkracht (snelheid v), het effect (de rotatie r) en de curve (c) van de bal m.b.v. wiskundige formules zijn beschreven.
3. **Wiskundig probabilistisch model** met kansdichtheidsfuncties voor de onzekere variabelen en een “correctie” voor modelfouten.

CRISTIANO RONALDO

Het wiskundig model



A solid green vertical bar on the left side of the slide.

Probabilistiek

PROBABILISTIEK, REKENEN MET EN OP ONZEKERHEID

Enige begrippen en hoe hiermee te werken

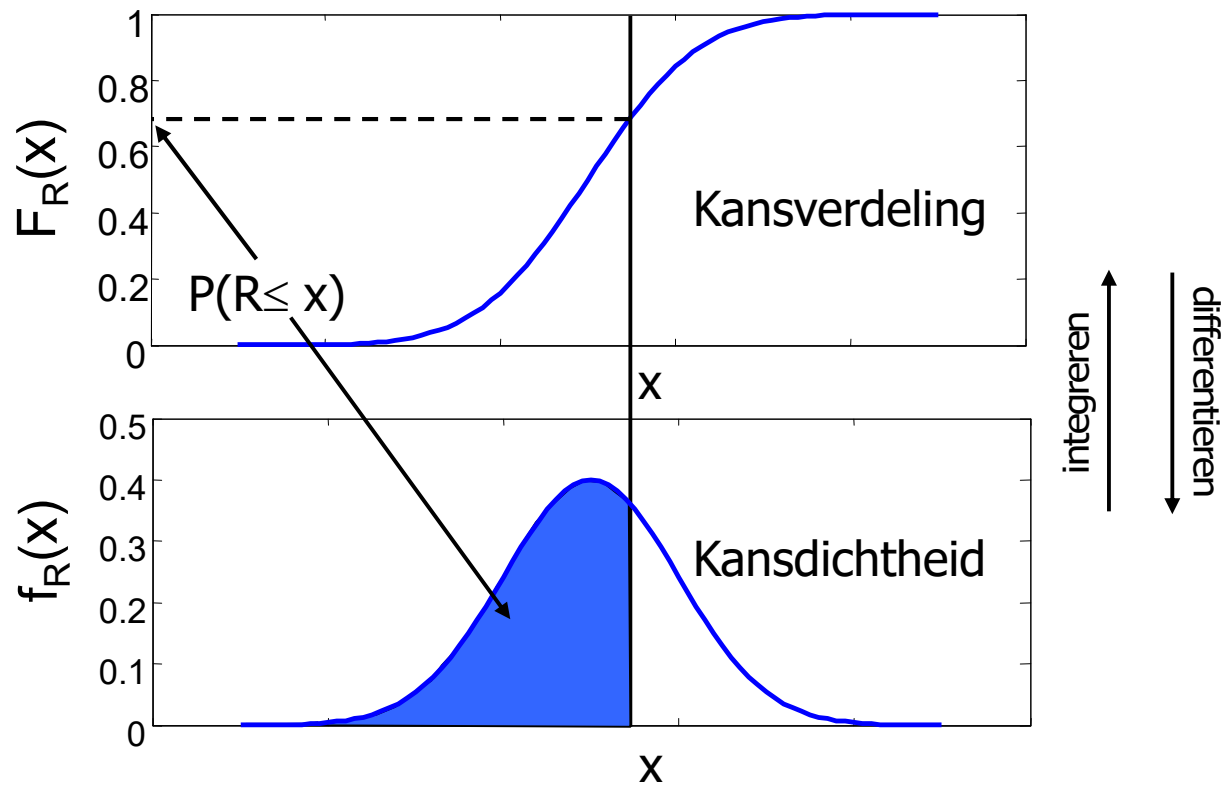
begrippen

- ▶ kans
 - stochast (Gr. stokhastikos = guess, conjecte, *stegh = to prick, sting)
 - random (Ge. randa = to run fast, thus carelessly, haphazardly)
- ▶ kansdichtheid f (pdf) en kansverdeling F
- ▶ kansfuncties van 2 variabelen $f(x,y)$ en $i = 1, \dots, n$ variabelen $f(x_i)$
- ▶ marginale en conditionele kansverdelingen
- ▶ copula, correlatie (Pearson) ρ en concordantie R (o.a. Spearman, Kendall)
- ▶ vine en partiële copula

probleem

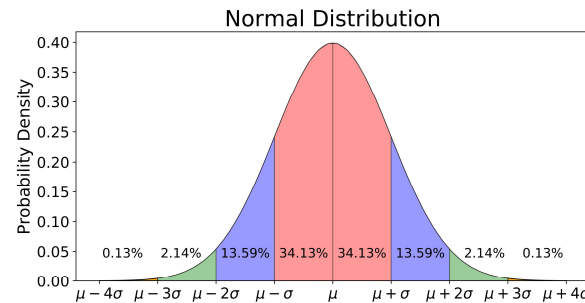
- ▶ we hebben $f(x_i)$ nodig om een goede berekening te kunnen maken, maar het is lastig, praktisch onmogelijk de gegevens (data) te verkrijgen
- ▶ kan het probleem zodanig vereenvoudigd worden dat we wel data kunnen verkrijgen en de berekening toch zinvol blijft

FUNCTIE VAN DICHTHEID EN VERDELING

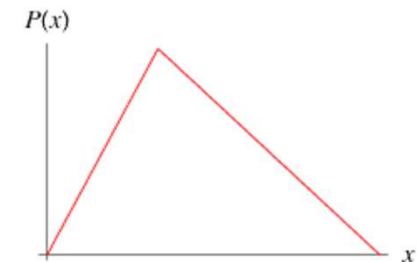


PRAKTISCHE FUNCTIES

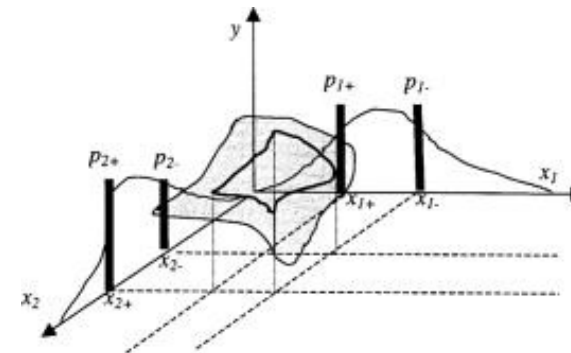
- ▶ normale verdeling
 - wiskundig prettig
 - symmetrisch en onbegrensd



- ▶ driehoeksverdeling
 - eenvoudig om data te schatten op grond van ervaring



- ▶ discrete verdeling(en)
 - inzicht, eenvoudig rekenen
 - 2 (of meer) variabelen

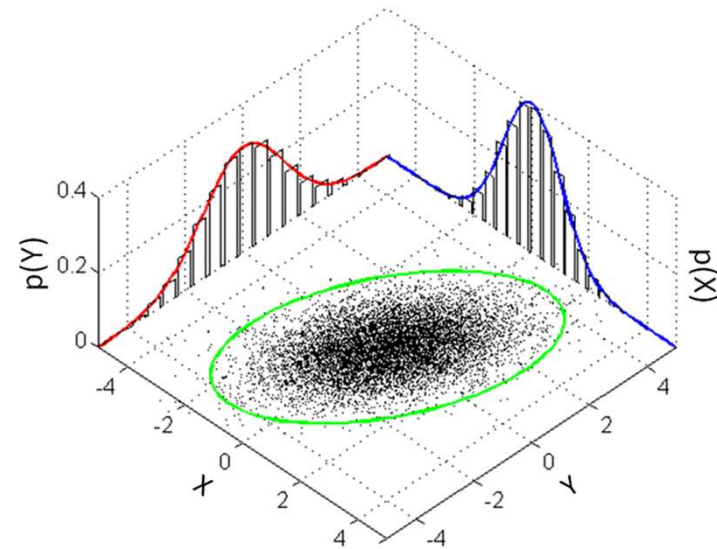
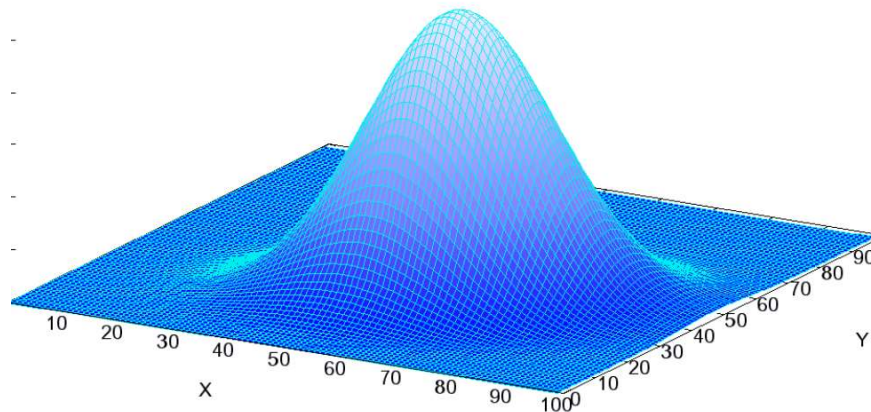


DICHTHEDEN VAN TWEE STOCHASTEN

▶ simultaan of gezamenlijk $f(x, y)$

▶ partieel

- conditioneel $f_x(x|y)$, $f_y(y|x)$
- marginaal $f_x(x)$, $f_y(y)$



HOE BELANGRIJK IS ρ ?

- ▶ stel: homogene standaardafwijkingen σ en correlatiecoëfficiënten ρ
- ▶ factor \sqrt{n} , dus bijv. 10 maal grotere spreiding bij 100 ramingsregels

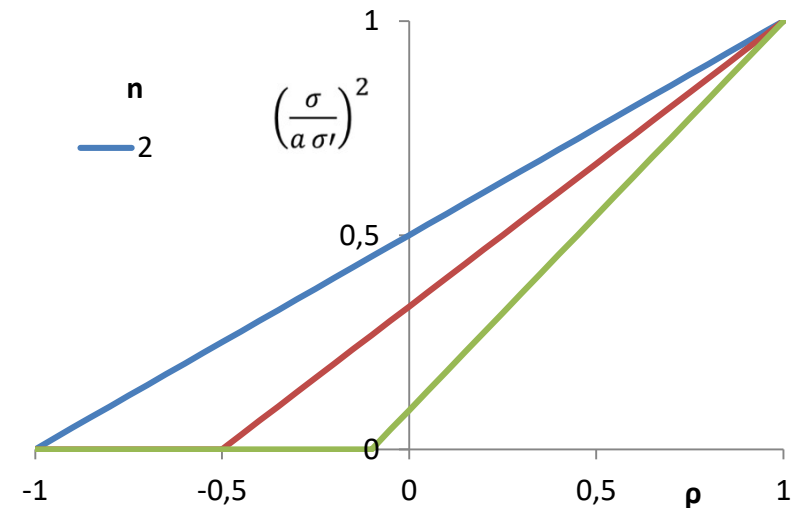
$$x = \sum a_i x_i$$

$$\sigma^2 = \sum a_i a_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

$$\left(\frac{\sigma}{a \sigma_i}\right)^2 = n(1 + (n-1)\rho)$$

$$\rho \geq \frac{-1}{n-1}$$

- ▶ dus $\rho = 0$ en $\rho = 1$ zijn acceptabele extremen

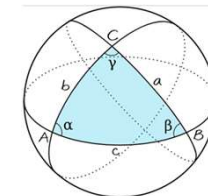
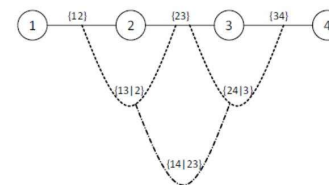
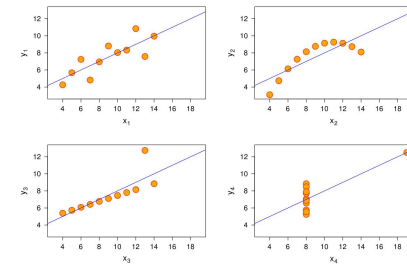


CORRELATIE

Verschillende representaties

- Coëfficiënt, een constante *geschat op vorm van de gezamenlijke dichtheid van 2 variabelen*
- Concordantie (Spearman, Kendall, etc.), een constante *statistisch, 2 variabelen*
- Functie, de zgn. copula *C n variabelen*
- Partiële copula of correlatiecoëfficiënt *netwerk (vine) van 2 variabelen*

ρ



PRAKTISCHE WERKWIJZE

Standaard

- ▶ schat minimum, modus en maximum (“Laagste-Top-Uiterste”) van een marginale verdeling $f_x(x)$
- ▶ kies “op het oog” een correlatiecoëfficiënt
- ▶ voer alles in een programma in (“Monte Carlo simulatie”)
- ▶ druk op de knop en alles wordt opgelost

Voorstel SIG PRA (zelfde aanpak, meer werk, betere schatting)

- ▶ LTU conditioneel, neem 2 of 3 condities per variabele
- ▶ 2 variabelen (partiële verdelingen) worden 4 of 6 (conditionele verdelingen)
- ▶ (evt. ook beide partiële verdelingen – redundantie)
- ▶ bereken hieruit ρ
- ▶ kies structuur (vine) en bereken $\rho_{\text{partiël}}$

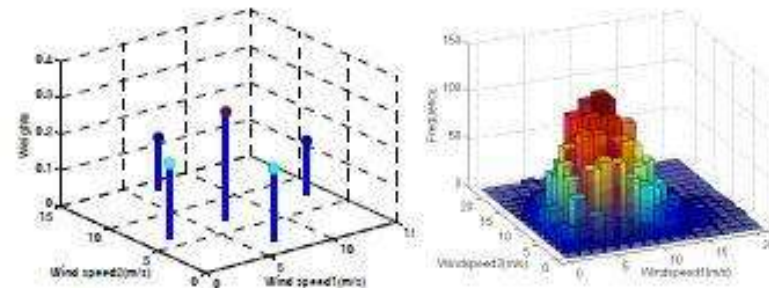
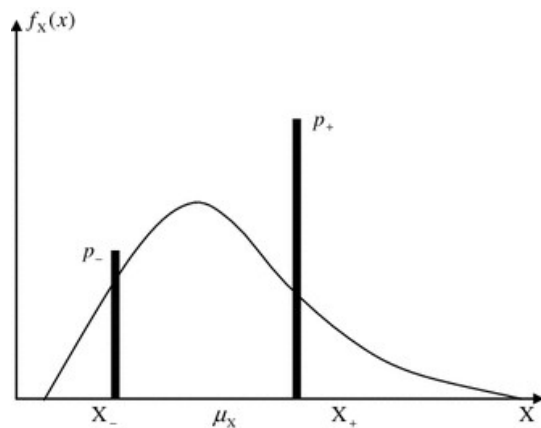
DISCRETE VERDELING – 2 VARIABELEN

Point Estimating Method (Rosenblueth)

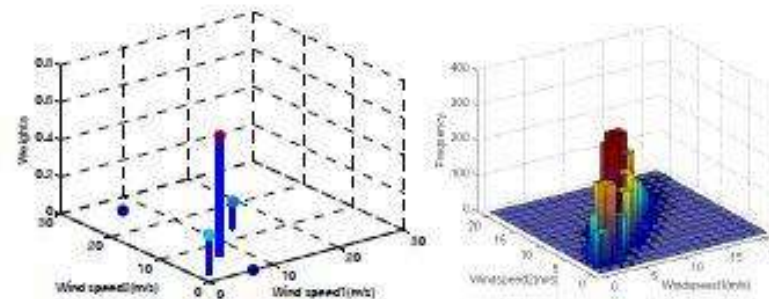
▶ 2-punt

- symmetrisch t.o.v. μ
- simpele functie voor p

▶ n-punt ook mogelijk



(a) Weak correlated situation



(b) Strong correlated situation

A solid green vertical bar on the left side of the slide.

Data verkrijgen

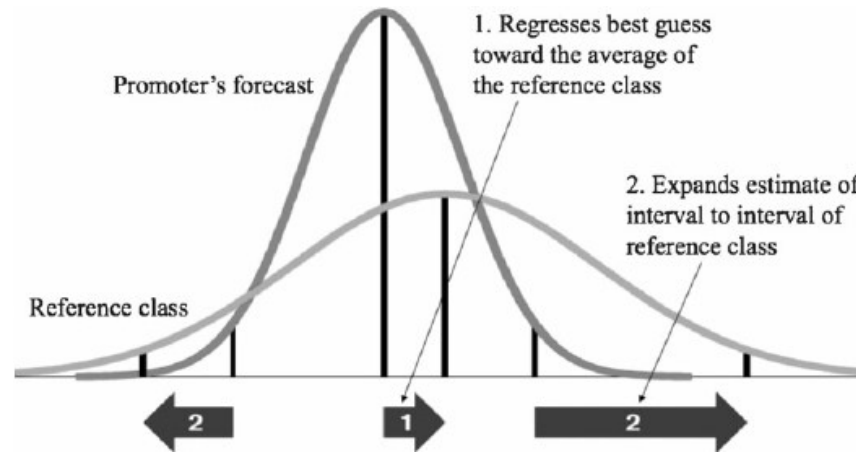
DATA VERKRIJGEN

Bronnen en technieken

- Benchmarking / nacalculatie (o.m. Reference Class Forecasting)
- Statistieken / data-analyse
- Expertmeningen

BENCHMARKING

Reference Class Forecasting



Bent Flyvbjerg



Amos Tversky †



Daniel Kahneman

Reference class forecasting promises more accuracy in forecasts by taking an "outside view" on the project being forecasted based on knowledge about actual performance in a reference class of comparable projects.

STATISTIEKEN / DATA-ANALYSE



SCIENCE SERVING FOOTBALL



PLAYER	TEAM	EXPECTED GOALS PER 90 MINUTES
N. Maupay	Brentford FC	0.56
C. Robinson	Preston North End	0.37
B. Assombalanga	Middlesbrough FC	0.44
P. Bamford	Leeds United	0.34
J. Bowen	Hull City	0.25
O. McBurnie	Swansea City	0.35
F. Diédhiou	Bristol City	0.27

EXPERTMENINGEN

Elicitatie

Verkrijgen van kansen en gevolgen via schattingen van deskundigen (subjectieve kansrekening)

- ▣ individueel: interview, invulformulier (mailing)
- ▣ groep: brainstormsessie, 'decision room'



EXPERTMENINGEN

Elicitatie

- Experts vooraf 'kans denken' uitleggen en/of trainen.
- Wees als (risico)analist aanwezig bij de expertsessie.
- Laat de expertsessie niet (veel) langer dan 1 uur duren.
- Maak gebruik van 'eenvoudige' invulformulieren.
- Laat experts direct meetbare/waarneembare parameters schatten.
- Stel heldere en eenduidige vragen. Vermijd *framing* en vraagstelling die vuistregels (*heuristics*) & fouten (*biases*) stimuleren.

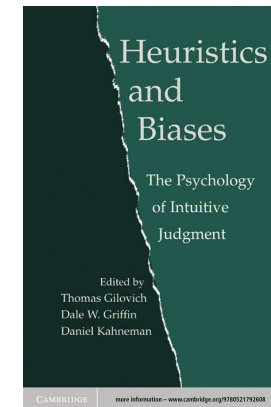
EXPERTMENINGEN

Vuistregels & Valkuilen

Bij het schatten van kansen maken mensen gebruik van vuistregels (“heuristics”). Dit kan leiden tot fouten (“biases”) in de schattingen.

De volgende vuistregels leiden vaak tot fouten:

- Availability
- Anchoring
- Representativeness / Base Rate fallacy
- Control



https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_fallacies, https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_cognitive_biases, https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_memory_biases, https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_paradoxes

EXPERTMENINGEN

Schattingen combineren

Combineren van expertmeningen:

wanneer meer experts schattingen geven voor één variabele, zal een combinatie moeten worden gemaakt voor gebruik in de risicoanalyse



Hierbij moeten de volgende problemen worden overwonnen:

- Correlatie tussen experts
- Ongelijke calibratie van experts
- Mogelijke oneerlijkheid van experts

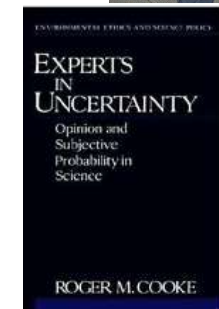


EXPERTMENINGEN

Schattingen combineren

Verschillende manieren om gewichten toe te kennen aan experts:

1. Gelijke gewichten toekennen.
2. Experts rangschikken naar voorkeur en gewichten toekennen naar rato van de rang.
3. Laat experts zichzelf scoren.
4. Laat experts elkaar scoren.
5. Gebruik zuivere (“proper”) scoring regel:
een expert krijgt zijn maximale verwachte score dan en slechts dan als zijn schatting overeenkomt met zijn echte mening.



A solid green vertical bar on the left side of the slide.

Risico-acceptatie

RISICO-ACCEPTATIE

- ▶ kennelijk acceptabele risico's in de praktijk, enige voorbeelden
 - sterfte wereld
 - privé beleggen Nederland
 - winst bouwondernemingen

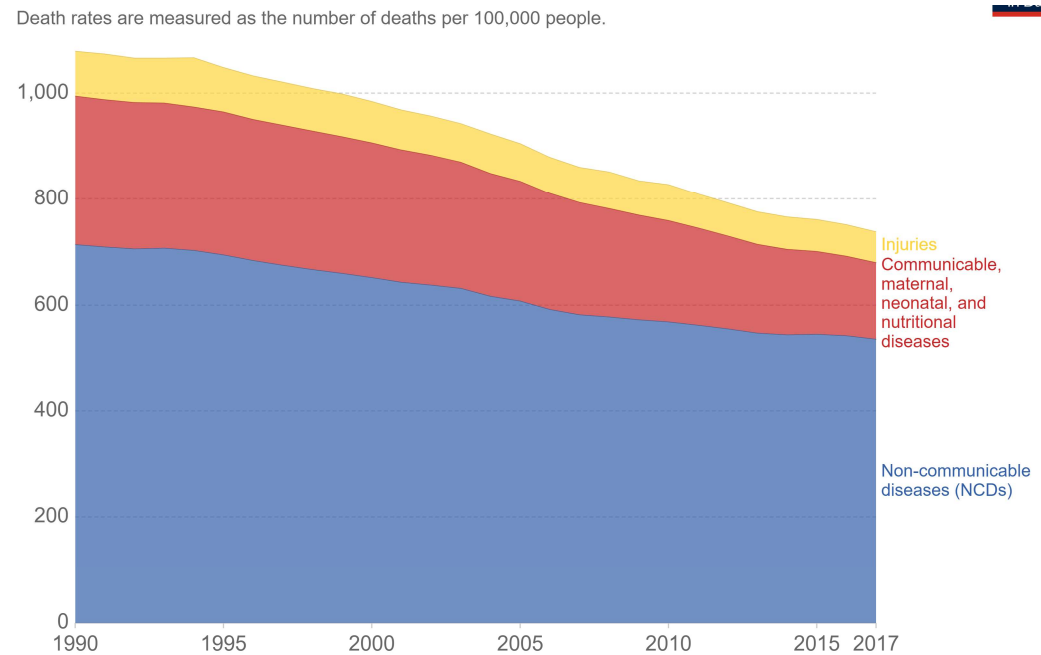
- ▶ grote veranderingen gaande -> herwaardering risico-perceptie

OORZAKEN OVERLIJDEN

Wat is de moeite waard om iets aan te doen?

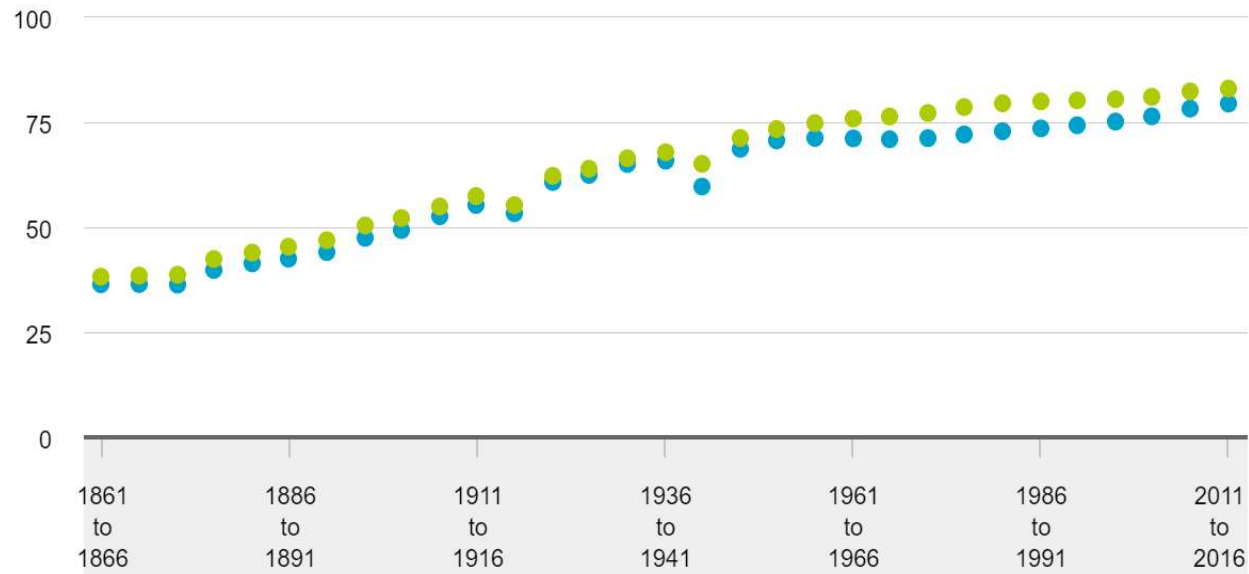
- ▶ rate 2017 is ca.
 $7,5 \cdot 10^{-3} \Rightarrow$ gemiddelde
leeftijd 133 jaar?

- ▶ <https://ourworldindata.org/>



LEVENSV ERWACHTING BIJ GEBOORTE

Nederland (man/vrouw)



dipjes: WO 1, spaanse griep, WO II

<https://www.cbs.nl/en-gb/news/2020/39/life-expectancy-increased-in-2019>

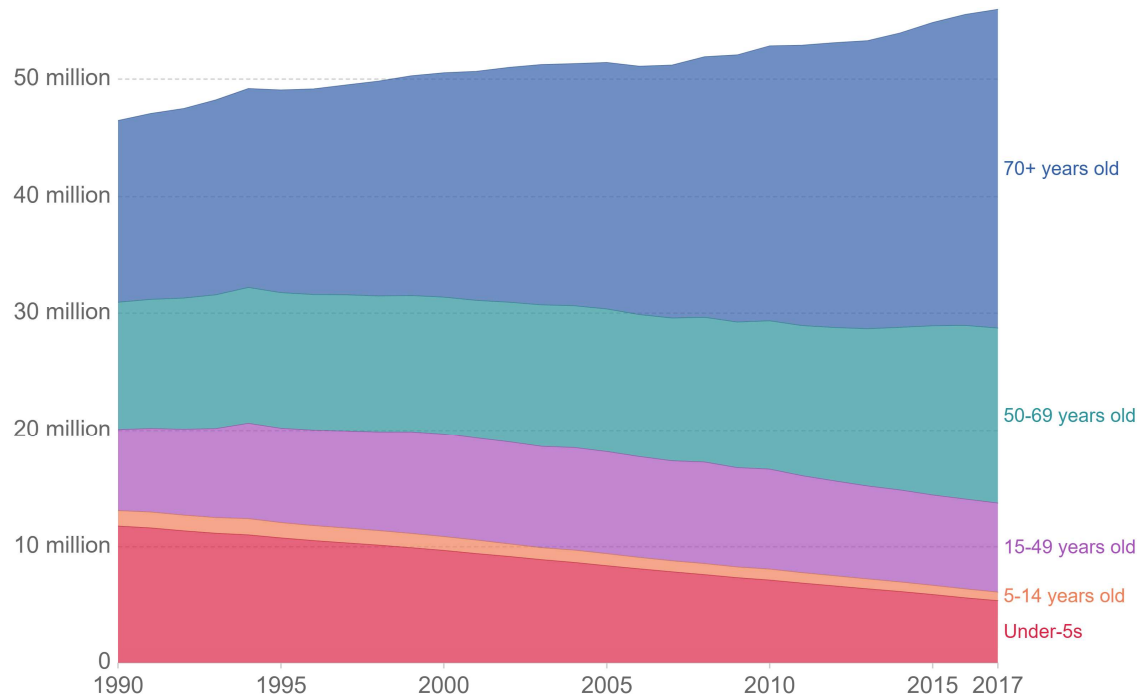
LEVENSV ERWACHTING PER LEEFTIJD

Wereldwijd



Deaths by age, World, 1990 to 2017

Total annual number of deaths from all causes, broken down by broad age categories.



Source: IHME, Global Burden of Disease (GBD)

OurWorldInData.org • CC BY



PRIVÉ BELEGGEN

Historisch rendement (10 jaar) en risico (per jaar). Begin 2020

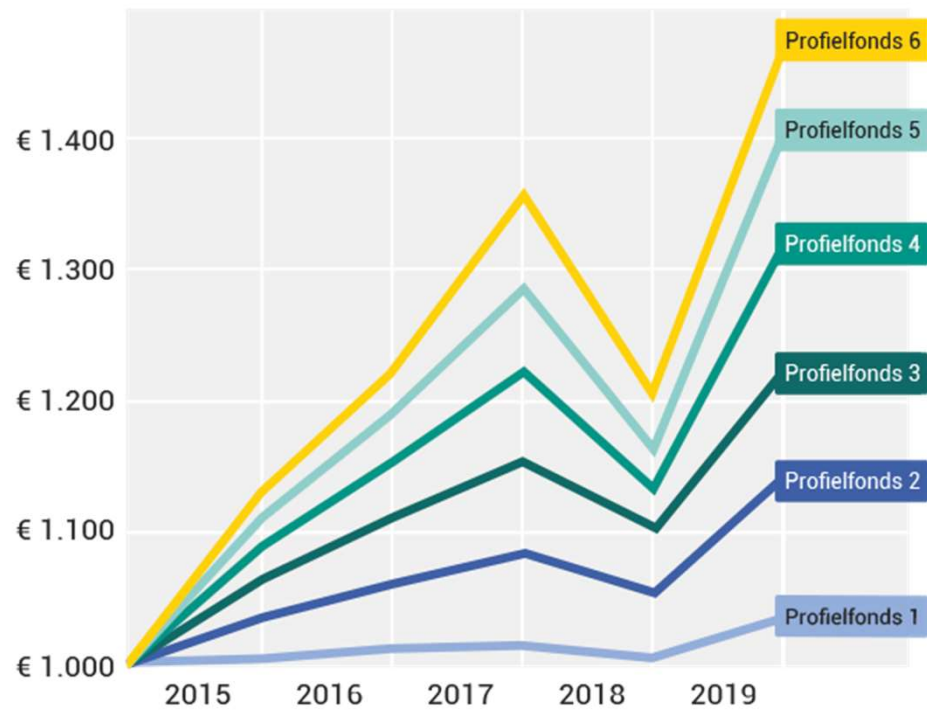
risicoprofiel	1	2	3	4	5	6
rendement	4,49	4,08	3,43	2,41	1,22	0,23
stdev	3,52	4,01	6,34	10,08	14,02	17,02
<i>min</i>	1,23	-4,75	-12,93	-23,10	-32,45	-38,93
<i>max</i>	8,36	10,66	14,85	20,46	26,06	30,24
<i>negatief(jaar)</i>	10	8	4,5	3,4	3	2,8
verwacht rendement	4,85	5,52	5,81	6,55	7,29	7,84
verwachte stdev	3,52	4,48	7,48	12,18	17,08	20,80

▣ beleggen: doel / termijn / risico / 24-09-2020

▣ <https://www.abnamro.nl/nl/privé/beleggen/beleggingsvormen/begeleid-beleggen/profielfondsen.html>

PRIVÉ BELEGGEN

13 november 2020

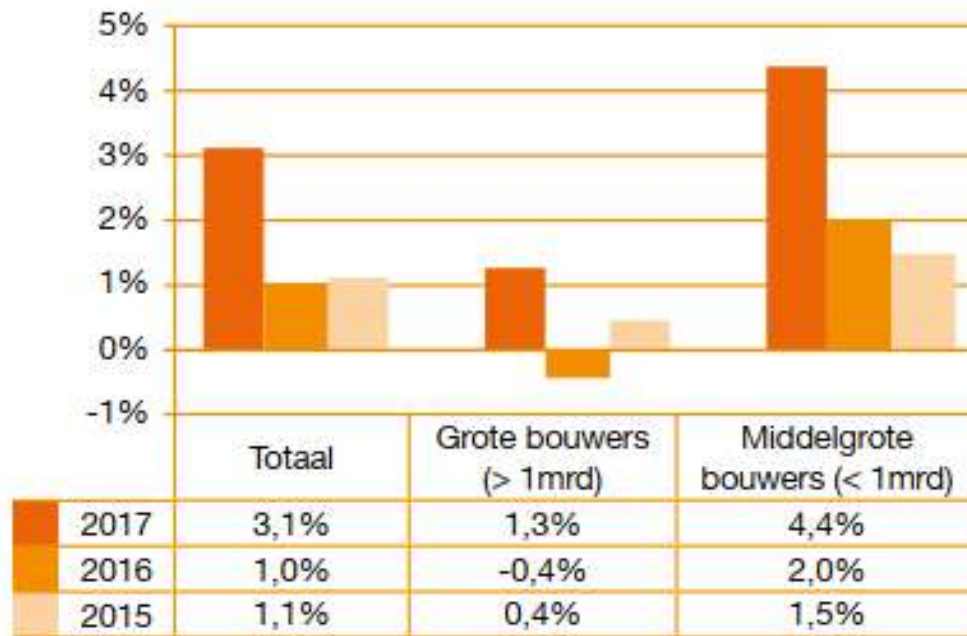


<https://www.abnamro.nl/nl/prive/beleggen/beleggingsvormen/begeleid-beleggen/profielfondsen.html>

BOUW



Rendement op omzet



Top bouwondernemingen in Nederland
Een performance-meting nov. 2018
www.pwc.nl/bouw

VRAGEN?



FEDDE TOLMAN



Fedde.Tolman@kiwa.com



ARNO WILLEMS



a.willems@iv-infra.nl